

Zadanie školského kola súťaže ZENIT v programovaní

Kategória A a B, 16.10.2019

V prípade nejasností konzultujte záložku **Pomoc** na stránke zenit.ksp.sk, alebo sa spýtajte organizátorov. Úlohy sú hodnotené úplne nezávisle a samostatne, takže ich môžete riešiť v ľubovoľnom poradí. Časový limit označuje, koľko času dostane váš program pri testovaní na našom serveri (nie na vašom lokálnom počítači). Počas súťaže môžete nájsť zadania aj na webstránke. Ak by sa papierové a tlačené zadania v nejakom detaile (napríklad časovom limite) nezhodovali, tak pravdu majú zadania na **webstránke**.

A: Alien

10 bodov; časový limit: 250 ms

Na ulici ťa zastavil mimozemšťan s obyčajnou otázkou: Koľko otvorov by malo mať štandardné tričko?

To, že mimozemšťan vie hovoriť tvojou rečou, ešte neznamená, že ti aj bude rozumieť. Preto radšej napíš program, ktorý vypíše odpoveď na túto otázku ako jedno celé číslo.

Vstup a výstup

Váš program nečíta nič zo vstupu.

Vypíšte jedno číslo, počet otvorov v štandardnom tričku. Nevypisujte žiadny text navyše, lebo to náš automatický testovač nepochopí.

Príklad

Túto úlohu zvládnete aj bez príkladu.

B: Bude to nekonečno?

20 bodov; časový limit: 250 ms

Čísla 2, 3, 5 a 7 sú zvláštne tým, že sú prvočísla, tzn. z čísel väčších ako 1 sú deliteľné len samým sebou. Niektoré dvojice prvočísel sú zaujímavé tým, že sa líšia práve o dva. Napr. 3 a 5, 11 a 13, 17 a 19. Dodnes je otvoreným problémom, či existuje takýchto dvojičiek nekonečne veľa. Najnovším výsledkom v tejto oblasti je práca od *Terrence Tao* a spol. z roku 2014. Ukázali v nej, že existuje nekonečne veľa dvojičiek prvočísel, ktoré sa líšia najviac o 246. To už je len krôčik ku dvom.

Na dnešnú druhú úlohu ti ale stačí nájsť dve rôzne dvojičky prvočísel, ktoré sú od seba vzdialené práve o 2, ale pozor, musia byť väčšie ako 40 a menšie ako 1000.

Vstup a výstup

Zo vstupu tvoj program nič nečíta.

Na jedniný riadok výstupu vypíš štyri rôzne prvočísla a, b, c, d , pričom musí platiť $40 < a, b, c, d < 1000$ a $|a - b| = |c - d| = 2$.

Príklad

Ak by stačilo nájsť dvojičky väčšie ako 10, výstup programu by mohol vyzerat' aj takto:

vstup

výstup

11 13 17 19

C: Celoživotný spor

25 bodov; časový limit: 250 ms

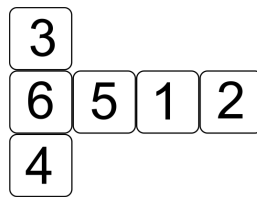
Alicka a Barborka sa nezhodnú na tom, na ktorej strane kocky padá viackrát šestka. Alicka si myslí, že šestka padá častejšie na vrchu hracej kocky, zatiaľčo Barborka, že na spodku. Rozhodli sa preto, že si zahrajú hru: Desiatkrát sa hodí kockou a tá z nich, na ktorej strane bola šestka viackrát, vyhráva. Ak je to nerozhodne, nastáva remíza.

Úloha

Vidíš vrchnú stranu kocky. Z desiatich hodov zisti, na ktorej strane padla viackrát šestka. Ak to bola spodná, vyhrala Barborka a vypíš **Barborka**. Ak to bola vrchná, vyhrala Alicka a preto vypíš **Alicka**. Ak nastala remíza, vypíš **Remíza**.

Poznámka

Dievčatá hádžu štandardnou 6-strannou kockou, ktorej sieť vyzerá takto:



Vstup a výstup

Na jedinom riadku vstupu je 10 čísel. i -te číslo znázorňuje číslo na vrchnej strane kocky po i -tom hode.

Na výstup podľa úlohy vypíš Alicka, Barborka alebo Remiza.

Príklady

vstup

6 5 4 3 2 1 3 5 6 6

výstup

Alicka

Hore padla šestka trikrát, zatiaľčo na spodku len raz.

vstup

6 4 3 5 1 4 3 2 1 6

výstup

Remiza

Šestka padla hore aj dole práve dvakrát.

D: Duplikátna úloha

30 bodov; časový limit: 250 ms

Vyriešili ste už predošlú úlohu Celoživotný spor? Tak táto úloha je úplne rovnaká. Až na jeden malý detail, ktorý nájdete v časti Vstup a výstup.

Úloha

Pozri zadanie úlohy Celoživotný spor.

Vstup a výstup

Vstup je prázdny. Na výstup vypíšte program, ktorý rieši úlohu Celoživotný spor. Program musíte vypísať v takom programovacom jazyku, v akom odovzdáte program pre túto úlohu. Váš výstup musí vyriešiť úlohu Celoživotný spor na plný počet bodov.

Príklady

vstup

výstup

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main(){
    cout<<"Remiza"<<endl;
}
```

Tento výstup predstavuje funkčný program, ktorý však nedostane žiadne body za úlohu Celoživotný spor. Program je napísaný v jazyku C++.

vstup

výstup

```
cisla=[int(x) for x in input().split()]
print('Remiza')
```

Príklad výstupu programu v Pythone ktorý aj načíta vstup, ale úlohu Celoživotný spor tiež nevyrieši.

E: Ešteže mám tú mapu

30 bodov; časový limit: 250 ms

Ujo Ondrej je veľmi aktívny človek. Ráno bycikluje do školy a robí vianočné oblátky. Pred obedom cestuje

električkou po meste. Na obed rieši programovacie úlohy. Poobede je obed. Na olovrant si ide po kaleráb do školy. Večer sa vracia domov.

Lenže keď takto celý deň pobehuje, vrátiť sa domov je psychicky náročné, keďže sa ocitne v náhodnom mieste a musí odtiaľ plánovať cestu.

Preto by bol Ujo rád, keby mal program, ktorý mu ju naplánuje zaňho.

Vstup a výstup

Ako správni teoretici spravíme zopár predpokladov a simplifikácií – napríklad že svet je mriežka o rozmeroch 15×15 , ohraničená stenami. V takomto ideálnom svete je Ujov dom vždy v pravom dolnom rohu.

Dostanete v jedinom riadku vstupu dve čísla r a s , obe medzi 1 a 13 - riadok a stĺpec, v ktorom sa Ujo nachádza, číslované od nuly.

V prípade, že Ujo je už doma, vypíšete len do jedného riadku Ujo je doma!.

V inom prípade vykreslite Ujovi cestu k jeho domu. Presnejšie, vypíšete celú 15×15 mriežku. Jej vonkajšie políčka sú steny, označované #. V pravom dolnom rohu mriežky je Ujov dom, D. Na súradniciach (r, s) je Ujo, U. Vyznačte v mriežke ľubovoľnú najkratšiu cestu od Uja k domčeku znakmi x, pričom Ujo sa vie pohybovať len v štyroch smeroch – hore, dole, doľava, a doprava. Zvyšné znaky mriežky, ktoré nie sú zaujímavé, nechajte ako bodky: .. Pozrite si príkladový vstup pre lepšie pochopenie.

Príklad

vstup

```
10 10
```

výstup

```
#####  
#.....#  
#.....#  
#.....#  
#.....#  
#.....#  
#.....#  
#.....#  
#.....#  
#.....#  
#.....Ux..#  
#.....xx.#  
#.....xx#  
#.....D#  
#####
```

Jedno z viacerých správnych riešení.

F: Ferove kocky

30 bodov; časový limit: 250 ms

UPDATE: Váš typ musí obsahovať číslo, ktoré na kocke môže padnúť. Napríklad odpoveď 10 na 4-strannej kocke je vždy nesprávna odpoveď.

Kamarát Fero má doma n -stranné kocky. Každý deň nosí do školy nejakú inú a hrá s tebou jednoduchú hru:

- Fero si tipne, aké číslo padne na kocke.
- Ty si tipneš, aké číslo padne na kocke.
- Hodí sa kockou a ten, kto si tipol bližšie, vyhráva. Ak boli oba tipy rovnako blízko, obaja ste prehrali.

Dnes je to tu zas. Fero vytiahol n -strannú kocku a vyslovil svoj tip k . Teraz je rad na tebe. S akým tipom máš najväčšiu šancu na výhru?

Vstup a výstup

V jedinom riadku vstupu sú dve čísla n a k pre ktoré platí: $1 \leq n \leq 10^9$ a $1 \leq k \leq n$. n udáva počet strán kocky a k číslo, ktoré si tipol Fero.

Na výstup vypíš jedno celé číslo označujúce tip, s ktorým máš najväčšiu šancu vyhrať. Ak je takýchto čísel viac, vypíš ľubovoľné z nich. Typ musí byť jedno z čísel ktoré môžu na kocke padnúť.

Príklady

vstup

3 1

výstup

2

Dnes si hádzate Trojstenom. Fero tipol jednotku, no ty si sa rozhodol pre dvojku. Vyhráš teda v dvoch tretinách prípadov - ak padne dvojka alebo trojka.

vstup

4 3

výstup

2

Vyhráš ak padne dvojka alebo jednotka, máš teda polovičnú šancu na výhru. Lepšie to spraviť nevieš.

G: Gaučová funkcia

40 bodov; časový limit: 250 ms

KSPáci¹ našli v diere za gaučom v miestnosti T2 zaprášenú, zabudnutú funkciu.

Pátranie po originálnom majiteľovi vyšlo naprázdno. Dinosaurus Fošim si matne spomínal na sústredenie, na ktorom sa funkcia použila v nejakej hre, ale jeho pamäť je deravá a nepamätá si jej predpis.

KSPáci do nej teda veselo začali hádzať náhodné vstupy a zapisovať jej výstupy, v snahe prísť na jej tajomstvá. No akosi sa im nedarilo.

Iba legendárny KSPák Beňo vraj odhalil čo sa v nej skrýva. Stratil z toho rozum, a našli ho v lese jačať v diere v zemi. Smutný príbeh.

Matfyz okamžite zatrhol KSPákom odhaľovať pravú náтуру tajomnej funkcie. Preto je to na vás, riešiteľoch Zenitu - zaplňte túto strašnú dieru v našich znalostiach!

Vstup a výstup

V jedinom riadku je reťazec pozostávajúci z malých písmen a/alebo veľkých písmen a/alebo číslíc - vstup do funkcie. Má aspoň 1 a najviac 100 znakov.

Vypíšte správny výstup.

Príklady

vstup

1

výstup

0

vstup

0

výstup

1

vstup

896

výstup

4

vstup

47

výstup

1

vstup

Zenit

výstup

1

vstup

ZENIT

výstup

0

vstup

jeden

výstup

3

vstup

permutacia

výstup

4

vstup

rmatuepcai

výstup

4

vstup

g

výstup

1

¹<https://www.ksp.sk>

Vskutku kontroverzný výsledok. Nelámte si nad ním príliš hlavu, ak vám nevychádza. Originálni autori funkcie sa proste rozhodli, že je to raz tak.

vstup	výstup
<input type="text" value="47je40plus7"/>	<input type="text" value="5"/>
vstup	výstup
<input type="text" value="uzstacilo"/>	<input type="text" value="2"/>

H: Hrozné písmo

50 bodov; časový limit: 250 ms

Pamätáš si Ferove n -steny z predpredošlej úlohy? Boli to hracie n -steny, čiže mali na sebe čísla od 1 po n .

Dnes si prišiel do školy a zase si s Ferom ideš zahrať rovnakú hru. Obaja ste si už tipli čísla a teraz sa hodilo n -stenom. Ten sa dokotúľal a na jeho vrchu vidíš číslo. Začínaš sa tešiť, lebo na vrchu je číslo 68, no Fero, sediaci oproti tebe, od radosti skriekne: “Áno! 89!”. A vtedy ste si uvedomili nedokonalosť jeho n -stenov: Čísla na nich sú napísané 7-segmentovým písmom (viď obrázok).



Asi si si už všimol, niektoré čísla sú v tomto písme rovnaké, aj keď ich otočíš v smere (alebo proti smeru) hodinových ručičiek (napríklad 2). Potom sú tu aj čísla, ktoré sa po takomto otočení zmenia na iné (napríklad 6).

Rozhodol si sa, že Feorvi pomôžeš opraviť jeho n -steny: Za niektoré čísla na n -stene nakreslite bodku, aby bolo jasné, na ktorej strane číslo začína a na ktorej končí. Chcete ale použiť čo najmenej farby a preto nakreslite bodky len za čísla, za ktoré je to nevyhnutné.

Úloha

Zisti, či je za číslo potrebné nakresliť bodku, aby bolo číslo jednoznačné, resp. či po jeho otočení o 180° nevznikne iné platné číslo. (Ak otočíš napr. číslicu 3, dostaneš E, čo nie je platná číslica, preto ani celé číslo nie je platné. Platné číslo, ktoré sa skladá z viac než jednej číslice, nezačína nulou.)

Vstup a výstup

Na vstupe je jedno číslo $1 \leq n \leq 10^{100000}$.

Na výstup vypíš **ano** alebo **nie** podľa toho, či je za číslo potrebné nakresliť bodku.

Príklady

vstup	výstup
<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="ano"/>
<i>Ak otočíme 6, dostaneme 9. Preto za šestku nakreslíme bodku a vieme, že to bude 6..</i>	
vstup	výstup
<input type="text" value="56895"/>	<input type="text" value="nie"/>
<i>Z čísla 56895, dostaneme otočením 56895.</i>	
vstup	výstup
<input type="text" value="919"/>	<input type="text" value="nie"/>
<i>Číslica 1 je len palička, ale vo svojom políčku je na pravej strane, takže pri pohľade z druhej strany vidno rozdiel.</i>	
vstup	výstup
<input type="text" value="606"/>	<input type="text" value="ano"/>

I: Igorova Introvertná postupnosť

50 bodov; časový limit: 1000 ms

Introvert Igor nerád navštevuje neznáme lokality. Vyskytujú sa tam neznámi ľudia, ktorí sa s ním chcú zoznámiť.

Igorovi však v živote niekto chýba. Nieкто, kto by ho doplnil – šikovný stredoškolský programátor.

Igor teda musí prekonať svoj strach, a navštíviť aj nejaké nové lokality v jeho okolí.

Keďže programátora chce nájsť čo najskôr, každý deň sa niekam vydá. Aby to však s tým stretávaním nových ľudí neprehnal, chcel by vždy navštíviť také miesto, že predtým bol na nejakom podobnom mieste. Bude sa mu tak ľahšie nadhazdovať konverzácia.

Chcel si zhotoviť plán, kam sa vydá, pre každý z ďalších n dní. No dajako sa nevedel rozhodnúť, keďže rôznych plánov bolo strašne veľa.

Nič to, hodí si každé ráno kockou. A v tom ho napadol spôsob, ako o novozoznámenom stredoškolskom programátorovi zistiť, či je šikovný. . .

Úloha

V Igorovom okolí je 10 lokalít, ktorým priradíme čísla od 0 po 9. V prvý deň Igor prekoná svoj strach, a vyberie sa do niektorej z lokalít, inej ako 0. V každý ďalší deň môže navštíviť buď lokalitu 0, ktorou je Igorova škola, alebo lokalitu číslo x vtedy, keď v niektorom z predošlých dní navštívil lokalitu s číslom, ktoré delí x bez zvyšku (číslo 1 za tykúto deliteľ považovať nebudeme). Tieto lokality sú totiž podobné.

Každá postupnosť číslíc, ktorá predstavuje platný plán navštívených lokalít pre Igora, sa nazýva Igorova Introvertná postupnosť.

Vypíšte počet Igorových Introvertných Postupností dĺžky n .

Vstup a výstup

V jedinom riadku vstupu je kladné číslo n .

Vypíšte počet introvertných postupností dĺžky n . Keďže toto číslo môže byť priveľké, vypíšte len jeho zvyšok po delení číslom $10^9 + 7$.

Sú štyri sady vstupov. Platí v nich postupne $n \leq 4, 9, 1000, 10^5$.

Príklad

vstup

2

výstup

23

Niektoré platné postupnosti sú napríklad [5,0] a [4,8].

J: Juchú, chémia

60 bodov; časový limit: 1000 ms

Jožko bol veľmi smutný, že kvôli účasti na školskom kole Zenitu vymešká hodinu chémie. Aká strašná tragédia. Všetci ostatní spolužiaci sa budú zabávať vyhotovením domácej úlohy, ktorú na hodine dostanú, a on sa bude len nudiť.

Jožko otvoril úlohu J. Rozžiarili sa mu oči. Veď to je splnený sen. Úloha o chémií!?

Hmm, na vstupe dostanem reťazec, a mám zistiť či ho viem rozdeliť na skratky prvkov z periodickej tabuľky. Zoznam prvkov v tabuľke viem získať tak, že kliknem [tento link](#). Veľmi zaujímavá úloha, pomyslel si Jožko. A to zadanie, vskutku veľmi vtípné, určite ho napísal nieкто naozaj kreatívny, inteligentný a isto aj atraktívny². Ale nad úžasným autorom úlohy a zadania nemôžem predsa fantazírovať počas súťaže, ovládol sa Jožko. Radšej tú úlohu vyriešim, aby som sa dostal na krajské. . .

Vstup a výstup

V jedinom riadku vstupu je neprázdny reťazec z veľkých písmen anglickej abecedy.

Ak vieme tento reťazec získať tak, že za sebou napíšeme niekoľko symbolov z periodickej tabuľky, jeden spôsob nájdite a vypíšte – dajte písmenám v reťazci správnu kapitalizáciu, aby iba prvé písmeno prvku bolo veľkým.

Ak tento reťazec takýmto spôsobom získať nevieme, vypíšte 'neda sa'.

Dĺžka reťazca bude postupne v sadách najviac 2, 20, 1000 znakov.

Príklady

vstup

KOFOLA

výstup

KOFOLa

²Samozrejme, mal úplnú pravdu

vstup
VINEA

výstup
neda sa

vstup
AGATYAM

výstup
AgAtYAm

vstup
KSP

výstup
KSP

K: Kormoránovo nové hniezdo

70 bodov; časový limit: 1000 ms

Kormorán Korman sa rozhodol vybudovať si nové hniezdo.

Kde ho postaviť?

Keďže rieka tečie rovno cez krajinu a je v nej veľa potravy, najlepšie rovno na nej.

Každý správny kormorán však udržuje dobré medzikormoránske vzťahy.

Ktovie, kedy bude musieť zaletieť na návštevu priateľkinej sesternice z druhého krídla.

Krídla má síce Korman silné, najradšej by však ajtak preletel čo najmenej, veď to je námaha.

Keby mu len niekto pomohol, a našiel mu optimálne miesto pre jeho nový prýbytok...

Úloha

Kormoránske hniezda si vieme predstaviť ako body v rovine.

Keďže rieka tečie cez x-ovú os, chcel by si postaviť hniezdo na nej, teda s y-ovou súradnicou 0.

Komfort Kormanovi prinesiete, ak mu poviete na akej x-ovej súradnici si má postaviť hniezdo tak, aby minimalizoval vzdušnú vzdialenosť od najvzdialenejšieho hniezda, a aká táto vzdialenosť bude.

Vstup a výstup

Kto to čakal, v prvom riadku vstupu je číslo $n \leq 50\,000$ - počet hniezd.

Každý z ďalších n riadkov obsahuje súradnice jedného z nich, s najviac deviatimi číslicami za desatinnou čiarkou.

Kľudne sa spoľahnite, že súradnice v absolútnej hodnote nepresahujú 200 000.

Keď vyriešite Kormanov problém, vypíšte x-ovú súradnicu na ktorej si má postaviť hniezdo, a vzdialenosť ktorú bude musieť preletieť aby navštívil najvzdialenejšie hniezdo.

Kúzelnú frázu 'správna odpoveď' uvidíte vtedy, keď sa vaše odpovede budú od našich líšiť absolútnou alebo relatívnou odchýlkou menšou ako 10^{-5} .

Príklady

vstup
2
1.5 1.5
3 0

výstup
1.5 1.5

vstup
1
0 0

výstup
0 0

vstup
4
1 4
4 4
-3 3
2 4

výstup
1 5

vstup
5
4 7
-4 0
7 -6
-2 4
8 -5

výstup
3.136363636363 7.136363636364

L: Láska k matematike

100 bodov; časový limit: 1000 ms

Pre celé čísla a, b definujeme $\text{lcm}(a, b)$ ako ich najmenší spoločný násobok. Napríklad, $\text{lcm}(40, 32) = 160$. Na vstupe dostanete N celých čísel a_1, \dots, a_N a máte vypočítať

$$\sum_{1 \leq i, j \leq N} \text{lcm}(a_i, a_j)$$

Výsledok vypíšte modulo $10^9 + 7$.

Vstup a výstup

Na prvom riadku je N , počet čísel ($1 \leq N \leq 500\,000$). Druhý riadok obsahuje N medzerou oddelených celých čísel a_1, \dots, a_N ($1 \leq a_i \leq 1\,000\,000$).

V 20% vstupov bude platiť $N \leq 1500$.

V ďalších 20% vstupov, dostanete najviac 1500 rôznych čísel.

Na jediný riadok výstupu vypíšte jediné celé číslo, súčet najmenších spoločných násobkov čísel po dvojiciach modulo $10^9 + 7$.

Príklady

vstup

```
2
40 32
```

výstup

```
392
```

Máme 4 dvojice čísel: $(40, 40)$, $(40, 32)$, $(32, 40)$, $(32, 32)$. Ich najmenšie spoločné násobky sú postupne: 40, 160, 160 and 32.

vstup

```
4
2 3 4 5
```

výstup

```
148
```