

# Zadanie krajského kola súťaže ZENIT v programovaní

Kategória A a B, 26.11.2020

V prípade nejasností konzultujte záložku **Pomoc** na stránke [zenit.ksp.sk](http://zenit.ksp.sk), alebo sa spýtajte organizátorov na [zenit@ksp.sk](mailto:zenit@ksp.sk). Úlohy sú hodnotené úplne nezávisle a samostatne, takže ich môžete riešiť v ľubovoľnom poradí. Počas súťaže môžete nájsť zadania aj na webstránke. Ak by sa papierové a tlačené zadania v nejakom detaile nezhodovali, tak pravdu majú zadania na **webstránke**.

## A: Ako sa to počíta?

10 bodov

Samko a Sammko sa pri každej úlohe doťahujú kto napíše kratší program. Jožko si to chce vyskúšať tiež, ale nedarí sa mu napísať ani len program, ktorý by vypísal také číslo, ktoré by bolo rovnaké, ako počet znakov v tomto jeho programe. Samko a Sammko majú veľmi radi prehľadné kódy a preto sa rozhodli, že medzeri, tabulátory, entery a podobné neviditeľné znaky do dĺžky programu nerátajú. Program ktorý by vyzeral `funkcia(a + b)` má teda napríklad dĺžku 12 znakov.

### Vstup a výstup

Váš program nečíta nič zo vstupu.

Vypíšte jedno číslo, počet nebielych znakov vo vami odovzdanom programe. Nevypisujte žiadny text navyše, lebo to náš automatický testovač nepochopí.

### Príklad

Túto úlohu zvládnete aj bez príkladu.

## B: Bolestivá technológia

15 bodov

Pred krajským kolom Zenitu treba pripraviť úlohy. Napísať zadanie, vygenerovať vstupy, otestovať riešenia... Z toľkých súborov by sa Samo zbláznil. Prišiel teda s dokonalým riešením. Zaviedol git<sup>1</sup>. Každý si vraj má pripravovať svoju úlohu v samostatnej vetve. Keď je vetva s úlohou dokončená, pridá ju do hlavnej vetvy.

Nuž, ako to už býva, Samo to nedomyslel. Vedúci predsa nevedia používať git! Sem-tam Jozef pridá súbor do Hodoboxovej vetvy, na oplátku mu Hodobox ukradne zo dva commity a zmení ich čísla, inokedy zase Dávid pracuje s Krtkovými zmenami.

Ale tomu dal. Krajské kolo je už zajtra a v príkladoch máme väčší neporiadok, ako keby sme git nepoužívali. V zadaniach ale nesmie nič chýbať. Ani len jeden z  $n$  commitov, ktoré vedúci počas pripravovania úloh spravili. Nazrel teda na server, aby zistil, koľko commitov sa stratilo. Na jeho prekvapenie ich však našiel presne  $n$ . Už sa začínal tešiť, aký je génius, no vtom si všimol, že sú tam niektoré commity viackrát.

Potreboval by zistiť, ktoré čísla commitov chýbajú. To už ale nestíha. Ako sa ukázalo, Samo síce nie je až taký génius, ale nie je ani hlúpy. Keď túto úlohu presunie na najbrilantnejšie programátorky a programátorov, ktorí sa objavia na krajskom kole, určite mu aspoň niekto pomôže.

### Vstup a výstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza číslo  $n$  – počet commitov. Platí  $1 \leq n \leq 10^5$ . Vieme, že pôvodné commity majú čísla od 1 po  $n$ , každé práve raz. Po katastrofe s gitom stále platí, že majú čísla od 1 po  $n$ . Niektoré čísla už ale chýbajú, iné sa môžu objaviť aj viackrát.

Na druhom riadku vstupu je  $n$  nie nutne rôznych čísiel  $c_1, \dots, c_n$  z rozsahu od 1 po  $n$  – čísla jednotlivých commitov po gitovej katastrofe.

Na jediný riadok výstupu vypíšte medzerou oddelené čísla commitov, ktoré sa stratili a teda sa **nenachádzajú** v číslach  $c_1, \dots, c_n$ . Čísla vypíšte utriedené od najmenšieho po najväčšie.

Dajte si pozor, aby ste za posledným číslom nevypisovali medzeru.

Ak žiadny commit nechýba, vypíšte iba prázdny riadok. **Aj ten však musíte ukončiť znakom konca riadka.**

<sup>1</sup><https://git-scm.com/>

### Príklad

vstup	výstup
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">6 1 4 3 4 4 1</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2 5 6</div>
vstup	výstup
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">4 1 2 3 4</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"></div>

### C: Coronové štatistiky

20 bodov

Dávid si všimol, že v poslednom čase sa všetci oháňajú nejakým sedemdňovým kľzavým mediánom. Je presvedčený o tom, že to nie je iba obyčajný medián. Krtko mu pochopiteľne neverí a tvrdí, že je to obyčajný medián hodnôt za posledných 7 dní. Keďže ani jeden nevie presvedčiť toho druhého o svojej pravde, rozhodli sa, že každý si to naprogramuje a potom porovnajú výsledky s dostupnými dátami.

Pridajte sa ku nim a porovnajte aj svoju implementáciu sedemdňového kľzavého mediánu.

#### Vstup a výstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza číslo  $n$  – počet dní. Platí  $7 \leq n \leq 10^5$ .

Na druhom riadku vstupu je  $n$  nie nutne rôznych čísiel  $c_1, \dots, c_n$  z rozsahu od 1 po  $10^7$  – počty nakazených v jednotlivých dňoch.

Na jediný riadok výstupu vypíšete medzerou oddelené sedemdňové kľzavé mediány, od 7. po  $n$ -tý deň.

Dajte si pozor, aby ste za posledným číslom nevypisovali medzeru.

### Príklad

vstup	výstup
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">10 5 8 3 5 7 6 3 2 9 9</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">5 5 5 6</div>

### D: Do (plus jedna) a ani o krok ďalej!

25 bodov

Denis má ľahký život.

Odkedy prišla na svet turbochrípka 2020, nemusí ani do školy chodiť.

Všetko učivo preberá na počítači, čo je ajtak jeho najobľúbenejšie miesto.

Domáce úlohy sú tiež stráviteľnejšie - napríklad dnes sa učili o rôznych základoch, v ktorých sa dajú zapisovať čísla (decimálne, binárne, oktálne...).

Ako úlohu si mali vymyslieť nejaké čísla s rôznymi základmi, a pripočítat k nim jedna.

Denis nemá ľahký život.

V strede domácej úlohy ho prišla mama vyhrešiť za to, že stále nevyniesol smeti. Okamžite to teda išiel spraviť (možno ho mama ešte ušetrí), no a zatiaľ mu po klávesnici pokračala mačka. Vyťukala tľapkami krkolomné číslo, sadla si na enter, a Denisovi neostáva nič iné ako k tomuto monštru teraz pripočítat jedna.

To sa mu fakt nechce - tento čas by mohol využiť viac produktívne, napríklad riešením série KSP<sup>2</sup>.

Nechal to teda na vás.

#### Vstup a výstup

V prvom riadku vstupu je číslo  $z$  - základ čísla s ktorým Denis pracuje (pričom  $z$  je uvedené v desiatkovej sústave).

V druhom riadku vstupu je  $n$ -ciferné číslo v  $z$ -ovej sústave. Toto číslo môže byť záporné.

Vypíšete toto číslo, keď k nemu pripočítate jedna.

$2 < z < 10$

V prvej sade  $1 \leq n \leq 8$ . V druhej  $1 \leq n \leq 10^5$ .

<sup>2</sup><https://www.ksp.sk/>

## Príklady

vstup

4
2100

*Easy.*

výstup

2101
------

vstup

8
47

výstup

50
----

*Keďže sme v 8kovej sústave, po 7 pripočítame k ďalšej cifre.*

## E: Egreše

35 bodov

Ríbezľa egrešová alebo egreš obyčajný je druh kra z čeľade egrešovité. Pre nás informatikov, je to strom. Vrcholy každého stromu si môžeme očíslovať. Vrchol je každé miesto, kde sa náš egreš ohýba, rozkonáruje, alebo kde nejaký konár končí.

Informatické mravce si náš Egreš takto očíslovali, a chceli by vedieť, kde si majú postaviť základňu. Základňa musí byť na takom vrchole, aby sa do každého iného dalo dostať cez najmenší možný počet iných vrcholov. Teda keď si mravce vyberajú spomedzi dvoch vrcholov, tak sa pozrú, cez koľko vrcholov sa z neho ide na ten najvzdialenejší, a zoberú si ten, pre ktorý je to menej.

Nájdite niektorý taký vrchol, že mravčekom žiadny lepší nenájdu.

### Vstup a výstup

V prvom riadku vstupu je číslo  $n$  - počet vrcholov.

Nasleduje  $n - 1$  riadkov, každý obsahuje dve medzerou oddelené čísla  $a_i b_i$  - medzi vrcholmi  $a_i$  a  $b_i$  vedie konár ( $1 \leq a_i, b_i \leq n$ ).

V jednotlivých sádach je  $n$  najviac postupne 100, 1 000, 50 000, 200 000

## Príklady

vstup

3
1 2
3 2

*Z vrcholu dva sa dá pramo dostať aj do 1 aj do 3.*

výstup

2
---

vstup

4
1 2
2 4
4 3

výstup

2
---

*4 by bola rovnako správna odpoveď, nakoľko z oboch je najvzdialenejší vrchol rovnako ďaleko.*

## F: Fibonači

35 bodov

Fibonačiho postupnosť určite poznáte. Prvé dve čísla sú jednotky, a každé ďalšie je súčet predošlých dvoch. Ale napadlo vás niekedy, ako by vyzerala, keby prvé dve čísla neboli jednotky? Alebo keby to nebol len súčet predošlých dvoch, ale ešte o 1 viac?

Miška to napadlo, a ako tak hútal, vyhútal takúto postupnosť:

$$a_n = a_{n-1} + b_{n-2} - 1$$

Pýtate sa čo je  $b_n$ ? No predsa postupnosť ktorú vyhútal Miško ešte o chvíľu skôr. Tá vyzerá takto:

$$b_n = 2 \cdot a_n + b_{n-2} + 4$$

Áno. Miško myslel dopredu, a vedel že postupnosť  $a_n$  ešte len vymyslí, a už ju použil.

Vždy keď sa Miško ale snaží vyrátať nejaký  $n$ -tý člen, niekde sa popletie.

## Vstup a výstup

V jedinom riadku vstupu je 5 čísel  $a_0, a_1, b_0, b_1, n$  - prvé dva členy postupnosti  $a$ , prvé dva členy postupnosti  $b$ , a číslo  $n$ .

Vypíšte na výstup  $a_n$  -  $n$ -té číslo postupnosti  $a$ , tak ako je definovaná vyššie. Keďže toto číslo môže byť veľmi veľké, vypíšte jeho zvyšok po delení 100 000 009<sup>3</sup>. Vo všetkých vstupoch platí  $0 \leq a_0, a_1, b_0, b_1 \leq 100$ .

V jednotlivých sadách je  $n$  najviac postupne 10,  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ .

Ak riešite úlohu v pythone, je možné, že budete potrebovať príkaz `sys.setrecursionlimit(10**9)`.

## Príklady

vstup	výstup
0 1 1 5 2	1
$a_2 = a_1 + b_0 - 1$ čiže $1+1-1$ .	
vstup	výstup
3 9 8 2 5	99

## G: Gordický uzol

45 bodov

Jarko študuje v Anglicku a začína si spomínať aké pekné zadania mali úlohy na Zenite. Jeho úlohy totiž teraz vyzerajú napríklad tak, ako nasledujúca sekcia tohoto zadania. Vedeli by ste aj vy vyriešiť túto úlohu?

## Vstup a výstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza číslo  $t$  - počet testovacích sád. Platí  $1 \leq t \leq 10$ .

Nasleduje  $t$  testovacích sád. Každá pozostáva zo štyroch riadkov.

Na prvom riadku sú tri čísla  $n_a, n_b, n_c$  - dĺžky postupností  $a, b, c$ .  $1 \leq n_a, n_b, n_c \leq 1500$ .

Na druhom riadku je  $n_a$  čísel - prvky postupnosti  $a$ .

Na treťom riadku je  $n_b$  čísel - prvky postupnosti  $b$ .

Na štvrtom riadku je  $n_c$  čísel - prvky postupnosti  $c$ .

Prvky všetkých postupností sú nezáporné celé čísla menšie než  $10^9$ .

Pre každú sadu vypíšte na jeden riadok najmenšie možné  $|a_i - b_j| + |b_j - c_k| + |c_k - a_i|$ .

## Príklad

vstup	výstup
2	2
3 2 3	10
2 4 6	
5 7	
1 3 5	
3 5 4	
1 3 5	
7 8 9 10 11	
2 14 20 36	

V prvej testovacej sade vieme dosiahnuť výsledok 2 napríklad tak, že zoberieme 6 z postupnosti  $a$ , 5 z postupnosti  $b$  a rovnako 5 aj z postupnosti  $c$ . Menej sa dosiahnuť nedá.

## H: Hravé radule

50 bodov

V dnešných časoch trávime doma výrazne viac času ako obyčajne. A samozrejme ho väčšina ľudí trávi veľmi neproduktívne. Jožko napríklad namiesto programovania sleduje závody slimákov. Dokonca si trénuje vlastný závodný tím. Má doma zostrojenú pretekársku dráhu zloženú z dvoch rovných úzkych tratí. V jednej idú slimáky jedným smerom, v druhej zasa opačným. Ešte ich nezvládol vycvičiť aby prechádzali z jednej trate do druhej takže ich musí vždy preložiť sám.

Jožko tréning berie vážne a teda o každom slimákovi v jeho stajniach vie všetko, aj to, koľko sekúnd mu trvá prejsť z jedného konca trate na druhý. O každom slimákovi zistil, koľko kôl (teda prejední dvoch dĺžok trate)

<sup>3</sup> $10^8 + 9$

denne potrebuje prejsť aby bol jeho tréning optimálny. Teraz už iba potrebuje vedieť, koľko času mu tréning jeho slimákov každý deň zaberie.

Na začiatku tréningu Jožko umiestni slimáky do radu na jednu trať (poradie si môže zvoliť). Následne sa všetky slimáky naraz rozbehnú tým istým smerom. Keďže trať je úzka, slimáky sa nemôžu predbiehať a teda ak ide nejaký slimák za pomalším, môže cestovať nanajvýš rýchlosťou toho pomalšieho. Keď slimáky prídu na koniec trate, Jožko ich manuálne presunie do druhej trate, môže ich pri tom ľubovoľne preusporiadať. Ak na koniec trate príde kolóna slimákov, uvažujeme že všetci prišli naraz a že ich naraz všetkých premiestni do druhej trate. Uvažujeme že slimáky sú veľmi malé, nemôžu sa na trati otáčať a vždy cestujú najrýchlejšie ako môžu.

Ak Jožko bude slimáky usporiadať optimálne, ako dlho potrvá kým všetky splnia svoj denný tréning?

### Formát vstupu

Na vstupe bude viacero úloh. Každá úloha sa začína riadkom s jedným číslom  $N$ , počtom slimákov. Nasleduje  $N$  riadkov, na  $i$ -tom z nich dve čísla,  $C$  a  $K$  - čas potrebný na prekonanie jednej dĺžky trate a počet kôl v dennom tréningu  $i$ -teho slimáka. Vstup je ukončený úlohou s  $N = 0$ .

### Formát výstupu

Na výstup vypíšete toľko riadkov, koľko je na vstupe úloh. Na každom jedno celé číslo - odpoveď pre danú úlohu.

### Obmedzenia

Vstupy sú rozdelené do niekoľko sád, obtiažnosť sád sa stupňuje. V najťažšej sade pre každú úlohu platí  $1 \leq N \leq 100$ ,  $1 \leq \max(C_i) \leq 500$ ,  $1 \leq \max(K_i) \leq 10^4$  a  $\sum(K_i) \leq 5 * 10^6$ .

### Príklad

vstup

```
2
10 240
15 160
2
10 30
15 20
4
2 4
7 2
8 2
18 1
3
2 6
7 2
8 2
4
2 6
3 4
4 3
6 2
0
```

výstup

```
4800
600
40
36
24
```

## I: Isto si tento nadpis nikto neprečíta

55 bodov

Prihláste sa do Fakt Kolosálnej Show! Ak zodpoviete všetky zákerné otázky, zvládnete zdolať ninja prekážkovú dráhu, porazíte ostatných účastníkov v battle royale, a dosiahnete vrch Tomiho zámku, vyhráte úžasné ceny! Je až  $N$  spôsobov ako si z nich vybrať!, čítaš reklamu ktorá ti vyskočila na stránke o funkcionálnom programovaní.

$N$  spôsobov ako si vybrať ceny? To je síce pekné, ale nehovorí to nič moc ani z koľkých cien je na výber, ani koľko ich nakoniec odnesieš domov.

Ak je napríklad možností 6, tak to si môžeš buď vybrať 2 ceny zo 4, alebo jednu zo 6, alebo 5 zo 6.

Aby si vedel objektívne prehodnotiť či sa do FKS prihlásiš, potrebuješ vedieť aké dvojice  $n, k$  existujú také, že z  $n$  cien si vieš vybrať  $k$   $N$  spôsobmi (nezáležiac na poradí).

### Vstup a výstup

V prvom riadku je číslo  $T$  - počet testov (to sú rôzne ročníky FKS). V každom z ďalších  $T$  riadkov je jedno číslo  $N$ .

Pre každé  $N$  vypíšete v prvom riadku počet dvojíc  $n, k$  pre ktoré  $n$  nad  $k$  je rovné  $N$ .

V druhom riadku vypíšete všetky tieto dvojice, zoradené podľa  $n$ , pri rovnosti podľa  $k$ . Pozrite si príklady na formátovanie.

Platí  $1 \leq T \leq 1000$ .

V prvej sade  $2 \leq N \leq 1000$ .

V druhej sade  $2 \leq N \leq 20000$ .

V tretej sade  $2 \leq N \leq 10^{15}$ .

### Príklad

vstup

```
3
6
21
560
```

výstup

```
3
4C2, 6C1, 6C5
4
7C2, 7C5, 21C1, 21C20
4
16C3, 16C13, 560C1, 560C559
```

## J: Ja chcem bývať tu

60 bodov

Možno, že celoštátko bude prezenčné. Mali by sme sa na to pripraviť. Izby pre súťažiatka sú jednodôžkové a sú za radom, jedna vedľa druhej. Keďže steny sú tenké, každé ubytované súťažiatko cíti prítomnosť toho s kým susedí. Súťažiatko je spokojné, ak aspoň v jednej zo susedných izieb býva niekto z jeho kraja. Súťažiatok je  $n$ , rovnako ako izieb. Dávid chce, aby aspoň niektoré súťažiatko bolo spokojné. Zaujíma ho preto, koľkými spôsobmi ich vie rozmiestniť do izieb tak, aby existovali dve susedné izby, v ktorých bývajú súťažiatka z rovnakého kraja.

### Vstup a výstup

Na prvom riadku vstupu je číslo  $T$  - počet testov. Nasleduje  $T$  testov. Platí  $1 \leq T \leq 30$ .

Na prvom riadku testu sú čísla  $n$  - počet súťažiacich osôb (aj počet izieb) a  $m$  - počet dvojíc, o ktorých viete, že sú z rovnakého kraja. Súťažiatka sú očíslované od 1 do  $n$ . Platí  $1 \leq n \leq 30$  a  $0 \leq m \leq 800$ .

Nasleduje  $m$  riadkov. Na  $i$ -tom z nich sa nachádzajú dve čísla  $a_i, b_i$ . Tie hovoria, že súťažiatka  $a_i$  a  $b_i$  sú z toho istého kraja. Platí  $1 \leq a_i, b_i \leq n$ .

Ak vieme že  $a$  a  $b$  sú z toho istého kraja, a zároveň že  $b$  a  $c$  sú z toho istého kraja, tak určite aj  $a$  a  $c$  sú z toho istého kraja.

### Hodnotenie

Sú 3 sady vstupov. V jednej z nich navyše platí  $4 \leq n \leq 8$ . V inej navyše platí  $1 \leq n \leq 20$ .

## Príklad

vstup

```
3
4 4
4 4
1 2
2 2
1 2
7 2
6 6
1 5
4 3
3 3
4 2
4 4
```

výstup

```
12
1440
12
```

## K: Kockaté lampy

85 bodov

Žijeme v budúcnosti. A v budúcnosti už nie sme viazaní konvenciami symetrie, estetiky či fyziky. Čo to znamená pre nás? Pre našu spoločnosť? Že môžeme umiestniť žiarovky úplne kdekoľvek do priestoru. Bez žiadneho upevnenia či prívodu elektriny! Plne bezdrôtové, naozaj prelomové. A aby sme tých fyzikov dozaista nahnevali, uvažujme, že šírenie svetla má tvar kocky. Teda ak povieme, že žiarovka má silu  $S$ , znamená to, že vrhá svetlo na každý bod v priestore kocky s dĺžkou hrany  $S$  a stredom (ťažiskom) v danej žiarovke.

Hovorím to všetko preto, lebo si chcem osvetliť svoju izbu. Má tvar kvádra (presné rozmery vám poviem neskôr) a celé to už mám premyslené. Jedna žiarovka bude v tomto rohu, jedna tuoto položená na zemi, ďalšia sa bude vznášať nad dverami, ... už ich len treba kúpiť. No a síce žijeme v budúcnosti bez fyzikálnych zákonov, avšak v každej budúcnosti platí trestný zákon. Čiže keďže si tie žiarovky nemôžem z obchodu len tak zobrať, tak by som ich chcel aspoň kúpiť za čo najmenej. To znamená kúpiť žiarovky s čo najmenšou silou postačujúcou na vysvetlenie celej miestnosti.

Nebojte, uľahčím vám to. Nemusíte uvažovať žiadne odrazy svetla, sily žiaroviek sú iba celočíselné a čo je nadôležitejšie, všetky žiarovky musia mať rovnakú silu.

### Formát vstupu

Na jednom vstupe bude viacero úloh. Každá úloha sa začína riadkom so štyrmi číslami -  $N$  (počet žiaroviek),  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  (rozmery izby). Nasleduje  $N$  riadkov, na  $i$ -tom z nich tri čísla  $Zx_i$ ,  $Zy_i$ ,  $Zz_i$  (pozícia žiarovky, pre každý rozmer  $r$  platí  $0 \leq Zr_i \leq Ir$ ). Vstup je ukončený úlohou s  $N = I_x = I_y = I_z = 0$ .

### Formát výstupu

Na výstup vypíšete  $N$  riadkov, na každom jedno celé číslo - silu žiaroviek pre danú úlohu.

### Obmedzenia

Vstupy sú rozdelené do niekoľko sád, obtiažnosť sád sa stupňuje. V najťažšej sade pre každú úlohu platí  $1 \leq N \leq 50$ , pre každý rozmer  $r$  je  $0 \leq Ir \leq 10^9$  a  $sum(N) \leq 10^3$ . V skupinách sa bude vyskytovať niekoľko vstupov v ktorých bude iba zopár úloh, avšak  $N \leq 300$ .

## Príklad

vstup

```
2 4 4 8
2 2 2
2 2 5
2 4 4 8
2 2 2
2 2 6
0 0 0 0
```

výstup

```
6
4
```