

Zadanie krajského kola súťaže ZENIT v programovaní

Kategória A a B, 22.11.2024

V prípade nejasností konzultujte záložku **Pomoc** na stránke zenit.ksp.sk, alebo sa spýtajte organizátorov. Úlohy sú hodnotené úplne nezávisle a samostatne, takže ich môžete riešiť v ľubovoľnom poradí. Časový limit označuje, koľko času dostane váš program pri testovaní na našom serveri (nie na vašom lokálnom počítači). Počas súťaže môžete nájsť zadania aj na webstránke. Ak by sa papierové a tlačéné zadania v nejakom detaile (napríklad časovom limite) nezhodovali, tak pravdu majú zadania na **webstránke**.

A: Ako vždy

10 bodov

Martinko Klingáčik sa objavil a hovorí: “Myslím si číslo od 1 do 20, a mám desať uhoriek. O koľko sa netrafíš, toľko uhoriek zjem a ostatné sú tvoje.”

Úloha

Uhádnite číslo ktoré si Martinko Klingáčik myslí.

Vstup a Výstup

Na vstupe nič nie je.

Na výstup vypíšete jedno celé číslo. Za riešenie dostanete toľko bodov, koľko uhoriek vám Martinko Klingáčik dá za váš tip.

Príklad

Ak by si Martinko myslel číslo 17, za tip 8 dostanete jeden bod, za tip 15 zasa 8 bodov.

B: Bosorka a číselné sústavy?

15 bodov

Boris stretol bosorku. Ako každému, aj jej hrdo ukázal svoje obľúbené číslo. Polichotená bosorka ukázala Borisovi za odmenu jej obľúbené číslo. Borisovi však prišlo bosorkino obľúbené číslo náramne smiešne. Veď v ňom sú iba samé nuly a jednotky. Úplná nuda! Z Bosorky sa však, milý Boris, sranda nerobí. Táto ešte navyše bola nevyspatá a hladná, takže bez zľutovania Borisove obľúbené číslo premenila do binárnej sústavy. “Koho obľúbené číslo je smiešne teraz, ha?” povedala bosorka, zvrtila sa na päte a odkračala preč.

Smutný Boris onedlho stretol dobrú vílu Violu. Ako každému, aj jemu Viola ukázala svoje obľúbené číslo. “Krásne,” povedal Boris, “nie ako toto moje, ktoré zakliala zlá bosorka a teraz je náramne smiešne.” Víle Viole prišlo Borisa ľúto, tak sa rozhodla, že mu pomôže. Čáry! Máry! Hups! Viola mala na škole z kúziel na premenu čísiel z jednej sústavy na druhú FX, takže tento pokus pomôcť nevyšiel. Namiesto toho sa v Borisovom binárnom čísle vymenili číslice na párnych a nepárnych pozíciách. “Ach, jaj,” hnevá sa Boris. “Nielenže nemám svoje obľúbené číslo v desiatkovej sústave. Teraz už svoje obľúbené číslo nemám vôbec. Aké číslo to vlastne mám?”

Úloha

Na vstupe dostanete číslo N - Borisove obľúbené číslo. Vašou úlohou je vypísať číslo, ktoré dostaneme, keď v binárnom zápise N vymeníme číslice na párnych a nepárnych pozíciách (1. a 2. sprava, 3. a 4. sprava, ...) a potom číslo znovu zmeníme do desiatkovej sústavy.

Vstup a Výstup

Na jedinom riadku vstupu sa nachádza celé číslo N , ($1 \leq N \leq 10^{15}$).

Na jeden riadok vypíšete celé číslo zodpovedajúce číslu, ktoré dostaneme po výmene číslic v binárnom zápise na párnych a nepárnych pozíciách.

Príklady

vstup

86

výstup

169

$$86 = 01010110 \rightarrow 10101001 = 169$$

vstup

výstup

11

7

C: Celú galériu si pozriem

20 bodov

Tí z vás, ktorí poznáte škriatka Zahradníka viete, že má neuveriteľnú schopnosť nepamätať si takmer nič. Robí mu to problém napríklad v rozhovoroch s ľuďmi (kde počas rozhovoru zabudne, o čom sa rozpráva).

Škriatok o tomto probléme vie, takže si pomáha ako len môže. Napríklad má v galérii v telefóne označené, ktoré fotky už videl a ktoré nie. Nedávno si chcel pozrieť fotky z minulého leta. Keďže je veľmi lenivý, urobil to tak, aby musel čo najmenej krát ťuknúť do telefónu. Problém je, že už stihol zabudnúť nie len to, že si niekedy pozeral fotky, ale aj že nejaké fotky vôbec má. To znamená, že ostalo na vás, aby ste zistili, koľko krát musel ťuknúť do telefónu, aby si pozrel všetky fotky, ktoré ešte nevidel.

Úloha

Dostanete zoznam fotiek, ktoré škriatok má. Škriatok každú fotku buď videl, alebo ešte nie. Pozeranie fotiek funguje podobne, ako ste zvyknutí z pozerania fotiek v telefóne. Ak vidíte zoznam všetkých fotiek, môžete na ľubovoľnú fotku ťuknúť, čím ju otvoríte. Ak máte otvorenú nejakú fotku, môžete sa buď vrátiť na zoznam všetkých fotiek, alebo na predchádzajúcu alebo nasledujúcu fotku. Každá z vymenovaných operácií (otvorenie fotky, zatvorenie fotky, prejdienie na predchádzajúcu fotku, prejdienie na nasledujúcu fotku) je rovná jednému ťuknutiu do mobilu. Vašou úlohou je povedať, koľko najmenej ťuknutí treba urobiť, aby videl všetky fotky, ktoré doteraz nevidel.

Vstup a Výstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza číslo n – počet fotiek v galérii. Na druhom riadku sa nachádza n medzerou oddelených čísel f_i , $f_i \in \{0, 1\}$, ktoré reprezentujú fotky. Ak $f_i = 0$, znamená to, že fotku už škriatok videl, ak $f_i = 1$, tak túto fotku škriatok ešte nevidel a chcel by si ju pozrieť.

Príklad

vstup

výstup

3
1 0 1

3

Môžeme napríklad ťuknúť na prvú fotku, potom ťuknúť dva krát na zobrazenie nasledujúcej, čím zobrazíme poslednú fotku. Takto sme videli obe doteraz nevidené fotky a potrebovali sme kvôli tomu tri krát ťuknúť do mobilu. Všimnite si, že po poslednej fotke sme sa nemuseli vrátiť na zoznam všetkých fotiek.

vstup

výstup

5
1 0 0 0 1

3

Teraz môžeme napríklad ťuknúť na poslednú fotku, vrátiť sa naspäť na zoznam všetkých fotiek a potom ťuknúť na prvú fotku, čím budeme vidieť všetky doteraz nevidené fotky.

D: Dračia číselná sústava

30 bodov

Draci odjakživa používajú čudsnú číselnú sústavu. Keďže majú tri prsty na nohách (a občas tri hlavy), ich sústava má základ tri (oproti našej so základom desať). Namiesto hodnôt 0, 1 a 2 však ich číslice majú hodnoty $-1, 0, 1$ (povešť vraví, že to plynie z faktu, že hocikto pred drakom je buď zožraný, nezaujímavý, alebo nezožraný).

Draci majú aj veľa zlata, a tak sú lukratívnymi obchodnými partnermi. To by sme však ale museli vedieť prekladať ľudské čísla na dračie...

Úloha

Na vstupe dostanete niekoľko ľudských čísel. Preložte ich do dračej číselnej sústavy.

Draci rátajú v trojkovej sústave, teda najpravejšia pozícia má hodnotu 1, druhá zľava 3, tretia 9, štvrtá 27, ..., i -ta 3^{i-1} . Dračie číslice však nemajú hodnoty 0, 1, 2 ale $-1, 0, 1$, a zapisujeme ich $-, 0, +$.

Napríklad Dračie číslo $+0 - 0$ má v našej sústave hodnotu $0 \cdot 3^0 - 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^3 = 0 - 3 + 0 + 27 = 24$.

Vstup a Výstup

Prvý riadok vstupu obsahuje číslo $1 \leq T \leq 200$ - počet čísiel na preloženie.

V každom z nasledovných T riadkov je jedno číslo n_i . V prvej sade $1 \leq n_i \leq 10$. V druhej $1 \leq n_i \leq 1000$.

Príklad

vstup

```
2
47
243
```

výstup

```
+---+-
+00000
```

$$81 - 27 - 9 + 3 - 1 = 47$$

E: Ešte neprišiel Erikin čas

30 bodov

Každý robí chyby. Jožko zahodil lyžičku do koša a téglik od jogurtu naložil do umývačky. Maťka si nechala peračník doma. Ondrej zabudol vypísať koniec riadku pri riešení Zenitu. Erika upísala svoju dušu Diablovi pri snahe zrecitovať Latinské texty.

Čo sa stalo, stalo sa.

Jožko musel lyžičku vyloviť. Maťka na výtvarnej kreslila perom. Ondrej za 15 minút prepísal svoje riešenie do pythonu, ktorý vypisuje koniec riadku automaticky. Erika musí bojovať o dušu (literally).

Diabol, ako je zvykom, svojim obetiam dá šancu vyhrať svoju dušu v hre. Klasicky v kartách, ale to ho už omrzelo - dnešnou dobou sa hrá "Connect-K", hru v ktorej sa hráči striedajú vo vhodení žetónu do mriežky, a snažia sa dosiahnuť K susediacich žetónov v riadku, stĺpci, alebo diagonálne.

Diabol je však Diabolsky dobrý, a má Eriku v kúte.

Erika má v zásobe poslednú zbraň - ukáže Diablovi cez plece do neba, skríkne "Wau, anjel!", a keď sa Diabol obzrie, druhou rukou otočí mriežku o 90 stupňov v smere hodinových ručičiek.

Vzápätí, keďže sa mriežke zmenil smer "dole", žetóny popadajú, a... no snád' Erika vyhrá, to si nestihla potvrdiť.

Mali ste možnosť tento zápas sledovať v priamom prenose, keďže Erika má moderný mobil a luxusný dátový balíček.

Nanešťastie ho pri svojom manévri zhodila zo stola, a ja si teraz kúšem nechty od nervozity, čo sa s Erikou vlastne stalo.

Pomôžete mi zistiť, či po tomto manévri hra skončila?

Úloha

Dostanete popis hracej mriežky "Connect-K" aj s žetónmi. Ich rozloženie bude validné, teda žetóny nebudú levitovať vo vzduchu.

Zistite, ktorý z hráčov bude mať aspoň K žetónov za radom, a to už v riadku, stĺpci, či diagonálne, keď ju v tomto stave otočíme o 90 stupňov v smere hodinových ručičiek, a necháme žetóniky popadať.

```
.....
.....
.....
...R... --otocime--> BRRR... --spadne--> R.....
...RB.. RBB.... BB....
..BRB.. ..... BRR....
.RBBR.. ..... RBBR...
```

Vstup a Výstup

V prvom riadku je číslo t - počet mriežok, pre ktoré hľadáme odpoveď. Nasleduje t popisov mriežok.

V prvom riadku popisu sú čísla N a K - rozmer mriežky a vyhrávajúci počet žetónov.

V každom z nasledovných N riadkov je N znakov, popisujúc mriežku, zhora dole. . reprezentuje prázdne políčko, R Erikin žetón, a B Diablov žetón.

Platí $1 \leq t \leq 100$, $3 \leq K \leq N$. V prvej sade $N \leq 7$. V druhej $N \leq 50$.

Pre každú mriežku vypíšte stav hry po jej otočení: nikto ak nikto nevyhral, Erika ak vyhrala Erika, Diabol ak vyhral Diabol, a dilemma ak vyhrali obaja.

Príklad

vstup

```
4
6 4
.....
.....
.R...R
.R..BB
.R.RBR
RB.BBB
4 4
R...
BR..
BR..
BR..
3 3
B..
RB.
RB.
7 3
.....
.....
.....
...R...
...BB..
..BRB..
.RRBR..
```

výstup

```
Dilema
Erika
Diabol
Nikto
```

F: Fauni a flóra

40 bodov

Faun Tumnus sa raz tak prechádzal po lese a zbieral ovocie, až kým mal plný košík. Potom ale našiel ešte dve jablká a tie má veľmi rád, ale už mu neostalo miesto v košíku, takže musel vyhodiť jahody, a tak bol smutný.

Úloha

Na vstupe dostanete zoznam ovocia ktorý si faun doma pripravil. O každom ovocí vieme, koľko váži a akú má pre Tumnusa cenu.

Vašou úlohou je zistiť akú najväčšiu cenu môže mať Tumnusov košík s nosnosťou k , keď nazbiera správne počty jednotlivých typov ovocia. Dávajte však pozor, Tumnus nesmie mať zo žiadneho ovocia práve jeden kus (potom by sa nemohol podeliť). Takže buď nazbiera viac ako jeden, alebo nula kusov. Počet kusov jedného typu nie je v lese nijako obmedzený, ale súčet váh nazbieraného ovocia musí byť najviac k .

Vstup a Výstup

Prvý riadok vstupu obsahuje čísla n ($1 \leq n \leq 1000$) a k ($1 \leq k \leq 1024$), ktoré označujú počet typov ovocia a nosnosť košíka.

Nasleduje n riadkov, na každom dve celé čísla v_i ($0 < v_i \leq 1024$) a c_i ($0 < c_i \leq 10^6$), označujúce váhu a cenu i -teho typu ovocia.

V prvej sade $n, k \leq 50$.

Na jeden riadok vypíšte jedno celé číslo: Maximálnu cenu ovocia v košíku.

Príklad

vstup

```
4 17
6 8
5 6
2 2
1 1
```

výstup

```
21
```

Tumnus môže zobrať ovocie v hodnote $2x8+5x1$, ktorých váha bude $12+5=17$, čiže košík to unesie.

G: Groše na Konci

45 bodov

Počuli ste to? Ževraj sa na Konci dúhy nachádza mýtický poklad! Jóóój, nie na tomto konci, ale na tom druhom, nevádi. Cesta na Koniec vôbec nie je taká zložitá, ako si myslíte. Koniec koncov, máte predsa kompletnú mapu, ktorá vám na ceste isto pomôže. A dokonca si môžete po ceste natrhať aj zopár štvorlístkov. Čo ak je šťastie to, čo naozaj hľadáte?

Cesta vedie krajinou riek, morí a potokov. Ako jedno múdre príslovie hovorí: “Neprejdeš cez jednu rieku dvakrát.” A možno v tom bude problém? Už len zistiť najlepšiu cestu.

Úloha

Za Koncom dúhy pôjdete cez krajinu, ktorá je rozdelená na r riadkov a c stĺpcov. Na každom políčku krajiny sa nachádza niekoľko štvorlístkov a rieka, kvôli ktorej nemôžete na žiadne políčko stúpiť dvakrát.

Vašou úlohou je nájsť cestu začínajúcu na jednom Konci dúhy (ľavý dolný roh) a končiacu na druhom (pravý horný roh) tak, aby ste po ceste pozbierali čo najviac šťastia (teda štvorlístkov). Ale pozor, na každé políčko môžete stúpiť najviac raz. Hýbať sa môžete do štyroch základných smerov.

Vstup a Výstup

Prvý riadok vstupu obsahuje čísla r a c ($1 \leq r, c \leq 1000$), ktoré označuje počet riadkov a stĺpcov mapy krajiny. Nasleduje r riadkov, na každom z nich c čísel $a_{i,j}$ ($0 \leq a_{i,j} \leq 1000$), ktoré hovoria o počte štvorlístkov na tomto políčku.

Na jeden riadok vypíšete jedno číslo, najväčší počet štvorlístkov, ktoré viete po ceste z jedného Konca dúhy na druhý pozbierať, bez toho, aby ste na nejaké políčko stúpili viac ako raz.

V sade za 15 bodov navyše platí $1 \leq r, c \leq 5$.

Príklad

vstup

```
1 5
1 2 3 4 5
```

výstup

```
15
```

Môžeme prejsť cez všetky políčka krajiny.

vstup

```
2 2
2 1
1 3
```

výstup

```
5
```

Môžeme ísť buď najprv na sever a potom na východ, alebo najprv na východ a potom na sever. Z týchto dvoch ciest pozbierame viac štvorlístkov počas tej druhej.

H: Hrôzostrašný darček

50 bodov

Konco je konečne veľký, a ako mu Lenka raz sľúbila, kúpila mu zrkadlový dom aby sa mohol obdivovať. To však nevedel, čo na neho tá fikusáčka nastražila.

Prechádzal sa po jeho obvode, omámený z tej nádhery. Potom sa ale kúsok otočil a uvidel ducha! Zľakol sa tak, že rozbil zrkadlo za sebou a vybehol z domu. No a keď uvidel Lenku, všetko bolo jasné. Ved' ona dala duchov do všetkých rohov domu!

No ale rozbité zrkadlo treba opraviť. Konco si už aj objednal zlepovačov zrkadiel, len im musí povedať, kde sa rozbité zrkadlo nachádza. No ale do domu už ani náhodou nejde. Porad'te mu, na koľkých miestach a smeroch sa mohol nachádzať keď uvidel ducha.

Úloha

Zrkadlový dom má tvar obdĺžnika rozmerov $n \times m$ a všade po jeho obvode sa nachádzajú zrkadlá. V jeho rohoch sa nachádzajú duchovia. Okrem toho je dom úplne prázdny, aj bez stien.

Konco sa nachádzal niekde na celočíselných súradniciach na obvode domu, nie však v rohu. Pozeral sa smerom do miestnosti pod 45-stupňovým uhlom od steny. To znamená, že na každom mieste mohol byť dvoma spôsobmi.

Keď sa takto pozeral, uvidel ducha – možno v odraze zrkadiel, možno nie. Koľkými spôsobmi sa toto mohlo stať?

Vstup a Výstup

Jediný riadok vstupu obsahuje dve celé čísla – m a n popisujúce rozmery miestnosti.
Na jeden riadok vypíšete jediné číslo – počet spôsobov, ako mohol Konco uvidieť ducha.

Obmedzenia

Vstupy úlohy sa skladajú z piatich sád, v ktorých platia nasledujúce obmedzenia:

Sada	1	2	3	4	5
$1 \leq m, n \leq$	100	5000	$2 \cdot 10^5$	10^9	10^9

Príklad

vstup	výstup
1 4	12
<i>V tomto prípade hocikde by Konco bol, a hocijak by sa pritom pozeral, uvidel by ducha.</i>	
vstup	výstup
2 2	0
<i>Tu ducha Konco nemal ako vidieť.</i>	
vstup	výstup
47 74	476

I: Imaginárne dračie zápasy

65 bodov

V dračej škôlke dostali malí dračikovia obľúbenú videohru - Imaginárne dračie zápasy (IDZ). IDZ naraz hrajú dvaja hráči proti sebe.

Pani učiteľka si všimla že hranie IDZ má na malé dračiky zvláštny vplyv. Ak je malý dračik unavený tak jeden zápas IDZ ho nabudí ba až priam rozohní. Naopak ak je malý dračik na začiatku hrania rozohnený tak sa počas zápasu unaví.

Pani učiteľka sa rozhodla tento efekt využiť. Chce usporiadať sériu zápasov, aby na konci boli všetci dračikovia unavení a pripravení na popoludňajší spánok. Jej cieľom je zorganizovať čo najmenej zápasov, aby to bolo čo najskôr.

Zorganizovanie takýchto hier však nie je jednoduché, keďže dračiky sú vyberavé a nechcú sa hrať s hocikým. Preto pani učiteľka vyberie do každej hry jedného dračika a výber protihráča nechá na ňom. Všetkým je však jasné že každý dračik si ako protihráča zvolí svojho najlepšieho kamaráta. Pani učiteľka však pozná svoju triedu a tak aj vie, kto je či nejlepší kamarát. Pomôžte jej určiť, ktorých dračikov má do jednotlivých kôl nominovať tak, aby čo najskôr unavila všetkých dračikov.

Úloha

Na vstupe dostanete:

- Počet dračikov v škôlke.
- Aktuálny stav každého dračika (rozohnený alebo unavený).
- Kto je nejlepší kamarát každého dračika.

Vašou úlohou je vyrobiť najkratší zoznam dračikov, ktorých má pani učiteľka nominovať do zápasov, aby boli na konci všetci dračici unavení. Ak to nie je možné, vypíšete -1.

Vstup a Výstup

Prvý riadok vstupu obsahuje jedno celé číslo N ($1 \leq N \leq 200\,000$) – počet dračikov.

V druhom riadku je reťazec dĺžky N z cifier ‘0’ a ‘1’. Ak je i -ta cifra ‘1’ tak je dráčik s číslom i rozohnený, ináč je unavený. V treťom riadku je N čísel $1 \leq x_i \leq N$. Dráčik s číslom i má za najlepšieho kamaráta dráčika číslo x_i . Žiaden dráčik sa nekamaráti sám so sebou. Dráčikov číslujeme od 1.

Ak nie je možné aby na konci boli všetci dráčici unavení tak vypíšte jeden riadok a na ňom číslo -1 . Inak vypíšte v prvom riadku číslo k – najmenší počet zápasov ktoré musí učiteľka zorganizovať. V druhom riadku vypíšte k čísel reprezentujúcich nominácie pani učiteľky.

Obmedzenia

Vstupy úlohy sa skladajú z štyroch sád, v ktorých platia nasledujúce obmedzenia:

Sada	1	2	3	4
$1 \leq N \leq$	20	50	2 000	200 000

Príklad

vstup

```
5
11011
3 1 1 2 1
```

výstup

```
2
4 5
```

Dráčik 4 sa zahraje s dráčikom 2 a tým sa obaja unavia. Dráčik 5 sa zahraje s dráčikom 1 a tým sa obaja unavia.

vstup

```
5
11111
3 1 1 2 1
```

výstup

```
-1
```

Všimnite si že počet rozohnených dráčikov je na začiatku nepárny. V každom zápase zmeníme rozohnenosť dvom dráčikom a tým sa nám nezmení táto parita. Preto po každom zápase bude aspoň jeden dráčik rozohnený.

J: Jednorožec

75 bodov

Jednorožce. Oblúbené zviera malých dievčatiek a škóto. V našom svete majestátne stvorenie, vzácne a zriedkavo zahliadnuté. V tomto magickom svete ich chovajú akoby kozy na mlieko.

Pastier ženie stádo z ohrady na pastvinu. Ale predsa len, dobre by to vyzeralo mať fotku na jednorožcovi. Teda sa ho popýtate, či by vám nedovolil si jedného pohladkať, nebudaj aj vysadnúť a previezť sa.

“Ná čože, šak skús, ale zdrhnú ti jak splašené,” odfrkol pastier. “Tie potvory sú strašne nedoverčivé a rozmazané, čuješ? A sprosté jak treska, ale keď im poriadne natlačíš do papule, ta možno sa s tebu aj skamarátia. Len sú furt také fíflené. Kukaj hentam, popri chodníku rastú černice. Na tie sú celkom lačné. A čím bližšie ku košiaru, tým väčšie černice nájdeš. A každý krík, čuješ, má inakšie kyslé tie černice. A tie potvory jednorožcové, fíha, to sú také fajnovky! Nedajbože aby si im dal menšiu černicu jak už raz zožrali. A ani za svet nevezmú černicu s rovnakou kyslosťou jak predtým. A ešte aj také sú vymýšľavé, že im najlepšie ide pod zub, keď sa tie kyslosti striedajú jak deň a noc. Prvá černica musí byť čo najkyslejšia, druhá zas najsladšia jak med, potom zas tá najkyslejšia čo ostala, no a tak furt dokola. Ta daj im čo najviac tých černíc, a možno ťa neprebodnú tým rožiskom, keď sa budeš fotiť.”

Viete kyslosti všetkých černicových kríkov smerom na pastvinu. Vyberte, ktoré černice dáte jednorožcom tak, že veľkosti budú rásť, že sa zároveň žiadne kyslosti nebudú opakovať, že ich zároveň bude čo najviac a že spomedzi takýchto možností bude prvá čo najkyslejšia, druhá čo najmenej kyslá, tretia čo najviac, štvrtá čo najmenej, ...

Vstup a Výstup

Prvý riadok vstupu obsahuje číslo $J(1 \leq J \leq 100)$, ktoré označuje počet jednorožcov čo budete kŕmiť. Tie jednorožce sú strašne rozmazané, takže pre ne budete túto úlohu riešiť samostatne a úplne nezávisle.

Pre každého jednorožca nasledujú dva riadky. Prvý riadok obsahuje číslo $n_j(1 \leq n_j \leq 3 \cdot 10^5)$, ktoré označuje počet kríkov, z ktorých môžete kŕmiť tohoto jednorožca. Na druhom riadku nasleduje n_j čísel $k_{ji}(\leq k_{ji} \leq n_j)$, označujúce kyslosť černíc.

Pre každého jednorozčca vypíšte dva riadky. Na prvý riadok vypíšte jedno číslo p_j , najväčší počet černíc čo spĺňa dané vlastnosti. Na druhý riadok vypíšte p_j medzerou oddelených čísel, kyslosti černíc, ktoré viete nakrmiť jednorozčcom.

Na konci riadku nedávajte prebytočnú medzeru a nevypisujte zbytočné konce riadkov.

Príklad

vstup

```
4
1
1
4
2 2 2 2
9
4 3 2 4 3 2 4 3 2
4
4 3 2 4
```

výstup

```
1
1
1
2
3
4 2 3
3
4 3 2
```

Pre tretieho jednorozčca vieme natrhať černice s kyslosťami (4, 2, 3). Toto je najlepšia kyslosť aká sa dá poskladať z čísel {2, 3, 4}. Pre štvrtého jednorozčca sa však toto nedá dosiahnuť a najviac vieme nazbierať iba 3 černice s kyslosťami (4, 3, 2). Tieto kyslosti sú pre jednorozčcov horšie ako tie čo dostal tretí jednorozčec.

vstup

```
10
2
1 2
10
3 2 1 4 10 4 2 3 3 2
2
1 2
10
2 2 5 4 4 10 5 1 10 3
9
9 1 7 4 8 4 5 3 1
3
3 3 3
6
1 6 2 2 6 3
6
1 3 3 6 1 1
10
2 1 2 3 2 3 10 1 3 1
7
2 4 2 5 4 6 7
```

výstup

```
2
1 2
5
3 1 10 4 2
2
1 2
6
2 4 10 5 1 3
7
9 1 7 4 8 5 3
1
3
4
1 2 6 3
3
3 6 1
4
3 2 10 1
5
4 2 5 6 7
```

K: Kráľova nová daň

90 bodov

Kráľ Maximilián Stredný nedávno bez rozmyslu podpísal návrh jeho poradcu o novej dani na príjmy z čarodejníckej činnosti a nových obmedzení týkajúcich sa magických odvarov.

To nebol jeho najšťastnejší deň, lebo za odplatu mu Čarodejnica Matematica zakliala jeho jedinú dcéru, Princeznú Janku.

Matematicina kliatba je veľmi zákerná, lebo jej vyčarovanie je určené postupnosťou n čísel, s ktorými Matematica spravila niekoľko operácií.

Napriek sľubom že dane sa v budúcnosti znížia sa Matematica už odsťahovala do kráľovstva s lepšími daňovými podmienkami.

Je teda na Kúzelníkovi Kubíkovi, aby Janku odčaroval. Ten si práve povzdychol, lebo si na pergamene s kliatbou práve prečítal

Označme $\text{LCM}(x)$ najmenší spoločný násobok čísel 1, 2, ..., x .

Určite s tým bude potrebovať Vašu pomoc!

Úloha

Matematica začala s n číslami a_i , indexovanými 0 až $n - 1$.

Na zrušenie kľatby budete musieť Kubíkovi pomôcť vykonať q operácií. Operácie sú troch typov.

Operácia 0 1 r v značí 'pridať v všetkým číslam s indexami l až r '.

Operácia 1 1 r značí 'vypíš najmenší spoločný násobok čísel $LCM(a_l), LCM(a_{l+1}), \dots, LCM(a_r)$ '

Operácia 2 1 r značí 'vypíš najväčší spoločný deliteľ čísel $LCM(a_l), LCM(a_{l+1}), \dots, LCM(a_r)$ '

Keďže výsledky operácií 1 a 2 môžu byť obrovské, vypíšte len ich zvyšok po delení 1 000 000 007.

Vstup a Výstup

V prvom riadku sú čísla n a q .

V druhom riadku je začiatočná Matematicina postupnosť a_0, a_1, \dots, a_{n-1} .

V nasledovných q riadkoch sú operácie. Pre všetky platí $0 \leq l \leq r < n$.

Vypíšte odpovede na operácie typu 1 a 2. Keďže môžu byť obrovské, vypíšte len ich zvyšok po delení 1 000 000 007.

V prvej sade $1 \leq n, q, a_i \leq 1\,000$, a všetky čísla v postupnosti počas všetkých operácií ostanú medzi 1 a 1 000.

V druhej sade $1 \leq n, q, a_i \leq 300\,000$, a $v = 0$.

V tretej sade $1 \leq n, q, a_i \leq 300\,000$, a všetky čísla v postupnosti počas všetkých operácií ostanú medzi 1 a 300 000.

Pozor: Optimálne riešenia v jazyku Python nemusia stíhať časový limit v druhej a tretej sade. Takéto riešenia budú po súťaži prehodnotené s vyšším limitom.

Príklad

vstup

```
5 6
4 2 7 1 5
1 0 2
2 0 2
0 0 3 1
0 2 2 -5
2 3 4
1 0 4
```

výstup

```
420
2
2
60
```

Postupnosť čísel pred poslednou operáciou je 53315. Prepočítané funkciou LCM, ich hodnoty sú 60, 6, 6, 1, 60. Ich najmenší spoločný násobok je 60.